Cuadernos de Economía. Vol. 18 169-188 1990.

Modelo de saldo de caja para instituciones financieras

Eva Jansson
Departamento de Economía de la Empresa
Universidad Autónoma de Barcelona
Edifici B
08193 Bellaterra - Barcelona

Modelo de saldo de caja para instituciones financieras

RESUMEN

Este trabajo formula y analiza un modelo de saldo de caja dinámico, estocástico, estacional y de tres alternativas financieras para instituciones financieras. El modelo dinámico se ha transformado en uno lineal para su más fácil solución práctica. En la formulación del modelo se ha tenido en cuenta las siguientes normas legales que afectan al saldo de caja: 1) la obligación de cumplir un Coeficiente de Caja y 2) alternativas financieras a disposición de las entidades. La solución óptima del modelo indicará para cada uno de los estados posibles de saldo los cambios a efectuar y la alternativa financiera a utilizar para tal fin.

El análisis del modelo se centra en ver la influencia de la estructura de costes sobre la política óptima, el efecto de variaciones en los tipos de interés y en el Coeficiente de Caja, y de otras medidas de política monetaria.

Cash Balance Model Applied to Financial Institutions

ABSTRACT

This paper formulate and analyse a dynamic, stochastic, seasonal cash balance model of three financial alternatives applied to financial institutions. The dynamic model has been transformed to a linear one to facilitate its application. Legal requierements that affect the model are: 1) the obligation to satisfy the legal Cash Reserve Requierements, 2) particular financial alternatives open to the financial institutions. The optimal solution will indicate for every possible inicial state of the cash balance, the changes to make and the financial alternative to use for this purpose.

The analysis of the model treat the influence of the cost structure on the optimal policy, the effect of changes in the interest sales and of the legal Cash Reserve Requierements, and other mesures of monetary policy.

Modelo de saldo de caja para instituciones financieras

1. INTRODUCCIÓN

El problema de la liquidez es un tema que ha preocupado y preocupa a las instituciones financieras. Una parte del pasivo circulante tiene una exigibilidad inmediata y es necesario mantener un nivel suficiente de activos líquidos para poder hacer frente a las retiradas de fondos, muchas veces imprevisibles. La falta de liquidez puede llevar a una disminución de la confianza de los clientes y traer como consecuencia una retirada masiva de fondos y de esta manera un problema de liquidez puede convertirse en uno de solvencia, lo que ha ocurrido varias veces a lo largo de los últimos dos siglos. Como ejemplo podemos citar al "jueves negro" en 1873, cuando quebró Jay Cooke's Banking House y directamente o indirectamente provocó la quiebra de otras 57 entidades y el cierre de la Bolsa de Nueva York. En 1890 quebró Baring Brothers Bank en Londres y a raíz de esta quiebra se declararon en bancarrota unos 600 bancos. Unas experiencias más recientes son las quiebras bancarias durante la depresión de los años treinta en Estados Unidos, donde quebraron más de 300 bancos en seis meses. Las consecuencias, pues, pueden ser graves no sólo para las propias instituciones sino para todo el sistema financiero, lo que ha motivado un interés por una regulación estatal de las actividades de las instituciones financieras. Dicho sea de paso, las regulaciones estatales también cumplen la función de imponer la política monetaria y económica de los gobiernos. La medida de regulación estatal que incide directamente en la liquidez es la obligación de cumplir un Coeficiente de Caja, es decir la obligación de mantener un nivel de activos líquidos, considerados suficientes para garantizar la liquidez, expresado como porcentaje de ciertas partidas del pasivo exigible; indican un saldo mínimo de caja. Pero no hay nada que indique que este saldo sea un saldo óptimo de gestión, es decir el saldo que minimiza la suma de los costes de invertir y desinvertir el saldo en alguna otra alternativa financiera (costes de transacción), los costes de oportunidad de mantener efectivo con nula rentabilidad y los costes de penalización en caso de incurrir en saldos negativos o rebajar algún nivel de seguridad prefijado.

A lo largo de estas últimas décadas se han desarrollado varios modelos para buscar una solución óptima al tema de la liquidez en las instituciones financieras. Por ser un problema estocástico, los primeros trabajos utilizaron la programación estocástica para su solución. Lo podemos ver en los trabajos de Charnes-Thore (1), Daellenback-Archer (2), los dos modelos de programación estocástica restringida, y en el de Crane (3) que utiliza la programación estocástica en dos etapas. Sin embargo, por su difícil solución práctica los modelos más recientes no introducen la incertidumbre directamente en el modelo. Ejemplo de ellos son los de Fielitz-Loeffler (4) y Meyer zu Selhausen (5), formulados como modelos lineales.

Sin embargo, pensamos que existe una vía por la cual es posible formular un modelo estocástico, sin que por ese motivo se dificulte su resolución. Los modelos de programación dinámica estocástica, si el horizonte temporal considerado es infinito, se puede transformar en un modelo lineal y por tanto de fácil solución. Este método fue primeramente desarrollado por Manne (6) y después por Ghellinck-Eppen (7). Como muchos modelos de saldo de caja son modelos dinámicos y estocásticos este es un método válido para resolverlos. El modelo lineal se puede formular sin pasar primero por el modelo dinámico y tiene además la ventaja de ser más flexible y permitir la introducción de circunstancias difícilmente incorporables al modelo dinámico, como p. ej. la estacionalidad en los cambios netos de caja.

Nuestro propósito es la formulación de un modelo lineal que sirve para encontrar el saldo óptimo de gestión en las instituciones financieras, para después seguir con un análisis del mismo y ver la información que se puede obtener de un modelo de estas características. Para el desarrollo del modelo formulamos primeramente el modelo general de saldo de caja para después modificarlo a tener en cuenta las condiciones específicas que rigen en las instituciones financieras. Introducimos directamente tanto la incertidumbre como la estacionalidad en el modelo.

2. MODELO GENERAL DE SALDO DE CAJA

La problemática general de saldo de caja es la siguiente:

Al principio de un período, el saldo de caja puede encontrarse en N estados posibles ($i = 1 \ldots N$). En períodos iguales de tiempo $t = 0, 1 \ldots$ Hay que decidir si se cambia este nivel i, y en caso afirmativo, hasta qué nivel j se debe llevar. La ejecución de las decisiones, simbolizadas con q, se considera instantánea. Entre dos decisiones consecutivas se dan entradas y salidas al saldo de caja, cuyo efecto neto puede ser positivo o negativo. Estos cambios netos son una variable aleatoria con una función de probabilidad conocida.

Los costes que intervienen en el modelo y que se desean minimizar para el horizonte temporal considerado, son a) los costes de transacción de llevar el saldo de caja del estado i al j b) los costes de oportunidad de mantener un saldo j durante el período (recordamos que la ejecución de las decisiones es instantánea c) los costes de penalización de finalizar el período en un estado particular j que depende del saldo i, la decisión q y los cambios netos aleatorios habidos durante el período. Estos últimos ocurren evidentemente a lo largo del período pero se anotan al final del mismo para facilitar los cálculos. Como los cambios netos son aleatorios, también lo serán los costes de penalización, pero al ser conocida su función de probabilidad, podemos calcular su valor esperado.

El modelo lineal asociado a este problema, se basa en que las transiciones de un estado de saldo de caja a otro sigue un proceso de Markov, donde cada transición implica un coste, consistente en los costes de transacción, de oportunidad y de penalización. Suponiendo un horizonte temporal infinito, este proceso ha llegado a su estado de equilibrio. En equilibrio se cumple que la probabilidad de encontrarse en un estado particular al principio de un período es la misma que al final y es lo que señalan las restricciones del modelo. Como función objetivo se puede tomar la minimización de los costes medios por período, como en el modelo de Manne, o la minimización de los costes totales esperados como en el modelo de Ghellink-Eppen. La formulación de estos últimos autores tienen menos problemas de degeneración que el modelo original de Manne si el tamaño del modelo es grande, y como es previsible que un modelo para instituciones financieras lo sea, desarrollaremos sólo este último modelo.

Las variables de decisión, X_{iq}, son las probabilidades conjuntas de empezar un período en un estado i y tomar una decisión q. Cada una de las variables tienen asociada un coste, C_{iq}, que incluye los tres componentes del mismo. La función a minimizar es la suma de los costes para todos los estados i y decisiones q. Las restricciones indican la probabilidad de finalizar el período en el estado j, empezándolo en el estado i y tomar la decisión q y esta probabilidad es la misma que empezar el período en el estado j. Formalmente el modelo es:

$$(\text{Min})\ Z = \Sigma_i \Sigma_q C_{iq} X_{iq}$$

sujeto a

$$\Sigma_q X_{jq} - \alpha \Sigma_i p_{ij}(q) X_{iq} = bj \quad \forall J$$

$$X_{IQ} \geq 0$$

α = factor de actualización.
$p_i j(q)$ = probabilidad de transición del estado i al j, si tomamos la decisión q.
β_j = valor arbitrario que cumple
$\beta_j \geq 0$ y $\sum_j B_j = 1$

Este modelo general nos sirve de referencia para formular un modelo para instituciones financieras. Veamos a continuación las modificaciones que hay que introducir para que sea aplicable en ellas.

3. Condiciones específicas de las instituciones financieras

Las modificaciones a introducir se deben a la propia actividad de las instituciones, al entorno y a las restricciones legales a las que estén sujetas. De todos los factores influyentes sólo tendremos en cuenta los que tienen importancia para la formulación del modelo.

3.1. Coeficiente de Caja.

Vimos que la medida de regulación estatal que incide directamente en la liquidez era la obligación de cumplir un Coeficiente de Caja, que indicaba el nivel de activos líquidos a mantener como porcentaje de algunas partidas del pasivo. Los activos líquidos, que generalmente servían para cumplir el Coeficiente de Caja, eran los activos líquidos en las propias instituciones y depósitos en el Banco de España. Pero la normativa del 22 de julio de 1988 cambia la composición de los activos computables, que pasan a ser exclusivamente los depósitos en el Banco de España. La consecuencia de esta medida es que el problema del saldo de caja en las instituciones queda desligado del cumplimiento del Coeficiente de Caja y este último no influye en la búsqueda del saldo de caja óptimo de gestión. Vemos pues, que el Coeficiente de Caja ha perdido su importancia para asegurar la liquidez en las entidades, para tener mayor énfasis como medida de control monetario.

Por consiguiente, al formular el modelo no hay que tener en cuenta los activos computables en el Coeficiente de Caja sino únicamente los activos líquidos en las instituciones y éstos constituirán nuestro saldo de caja y por tanto no habrá que introducir ninguna modificación con respecto al modelo general.

3.2. Alternativas financieras.

En los modelos generales de saldo de caja las alternativas financieras a disposición de las empresas son dinero en efectivo y títulos a corto plazo con poco riesgo si el modelo contempla dos alternativas financieras. En los modelos de tres alternativas se incluyen además títulos a largo plazo con mayor interés y riesgo o posibilidad de tomar dinero prestado.

En cambio, las alternativas financieras más utilizadas en las instituciones financieras para ajustar el saldo de caja son los préstamos de regulación monetaria del Banco de España y los fondos obtenidos o colocados en el mercado interbancario. Esto permite a las instituciones ajustar sus activos líquidos de manera inmediata. Evidentemente, tienen también a su disposición otros títulos como cualquier otra empresa.

En consecuencia, en el modelo se debe distinguir entre estas alternativas por ser un hecho diferenciador entre las instituciones financieras y otro tipo de empresas.

3.3. Costes.

Los costes enfrentados por las instituciones financieras son los mismos que los del modelo general: los costes de transacción, de oportunidad y de penalización.

– Costes de transacción.

Las operaciones con el Banco de España y el mercado interbancario se efectúan a través del Servicio Telefónico del Mercado de Dinero. En la actualidad este servicio cuesta a las instituciones financieras una cantidad fija al mes (100.000 pesetas) y una variable (400 pesetas/operación) independientemente de la cantidad transferida. Además, las cien primeras operaciones están exentas de pagos. Vemos pues, que es un servicio muy barato y que ha traido como consecuencia un gran número de operaciones diarias. Un coste fijo al mes implica que éste sólo tiene significado para decidir sobre la primera transacción, pero una vez incurrido en éste, deja de tener importancia para la solución del modelo. Pero además, en este caso particular, podemos considerar el coste nulo por el hecho de que siempre habrán transacciones con el Banco de España, así que es un coste a incurrir independientemente del tema del saldo de caja y estaríamos en una situación de ausencia de costes de transacción. Sin embargo, debemos también tener en cuenta los costes de gestión del saldo de caja como p. ej. costes del personal dedicado a estas tareas y otros costes de tipo administrativo que deben ser imputables a la gestión del mismo. Esto dará como resultado que en la práctica, los costes de transacción no son nulos.

En el caso de que la alternativa financiera utilizada fueran otros títulos a corto plazo, la compra-venta tendrá que hacerse a través de un fedatario público, cuya comisión estará en función de la cantidad transferida y no del número de operaciones. También debemos incluir los costes administrativos, igual que en la alternativa anterior.

– *Costes de oportunidad.*

El coste de oportunidad indica el interés perdido por no invertir el dinero líquido en otra alternativa financiera. Por tanto, en el modelo para instituciones financieras no será único sino varía según la alternativa financiera elegida para ajustar el sado.

– *Costes de penalización.*

Supongamos que a las instituciones financieras no les interesa estar por debajo de cierto nivel de saldo de caja, es decir, mantienen un saldo de seguridad. Anteriormente, cuando los activos computables en el Coeficiente de Caja incluía también los activos líquidos en las instituciones, los activos computables servían para fijar este nivel de seguridad. En cambio, con la nueva normativa de julio de 1988 el dinero líquido ya no computa, como ya vimos, y el saldo de seguridad hay que fijarlo independientemente del cumplimiento de Coeficiente de Caja.

Para la determinación de los costes de penalización tenemos como primera posibilidad la de asignar un valor arbitrariamente grande, que diera como resultado el que nunca se eligiera una decisión que pudiera implicar un saldo por debajo del nivel de seguridad prefijado. No obstante, creemos que existe otra manera mejor para fijar el coste de penalización: como las instituciones financieras pueden conseguir fondos de manera inmediata en el mercado interbancario y por tanto no hay necesidad de quedar por debajo de este nivel, parece más lógico tomar el interés que rigen en aquel mercado para préstamos de un día como coste unitario de penalización.

3.4. Cambios netos de caja.

Los cambios netos de caja vienen determinados por la diferencia entre cobros y pagos del período considerado y generalmente una parte de ésta es estocástica, y el problema consiste en la correcta estimación de su función de probabilidad. El tema es muy complejo cuando se trata de instituciones financieras y nos remitimos a un par de trabajos sobre el particular como los de Hester-Pierce (8) y el de C. Sala (9).

Inpedendientemente de la manera de cómo estimar la función de probabilidad de los cambios netos de caja, ésta debe tener una fuerte estacionalidad debido a las variaciones mensuales en los depósitos Al final de cualquier mes existe un incremento importante en el nivel de los depósitos que inmediatamente después observa un fuerte descenso. Estas oscilaciones se acentúan en los meses de julio y diciembre debido a las pagas extras. Durante el resto de los meses el nivel de los depósitos es bastante estable.

Por esos motivos hay que tener en cuenta lo siguiente:

- como mínimo hay que estimar una función de probabilidad para el período de comportamiento estacional de cada mes y otra para el comportamiento "normal".

- si incluimos los meses de julio y diciembre en el modelo, habrá que estimar otras funciones de probabilidad para estos meses.

- si dejamos fuera del análisis los meses atípicos, (julio y diciembre) perderemos precisión pero ganaremos en facilidad de aplicación. El tamaño del modelo aumenta considerablemente si incluimos esos meses.

4. Formulación del modelo

4.1. Tres alternativas financieras.

En el modelo general los estados iniciales los simbolizamos con i (i=1,2...N) y pueden ser indiferentmente el saldo de caja inicial o final del período. Hemos elegido la primera opción y el saldo de caja estará compuesto por los activos líquidos en las instituciones. Los estados, tanto iniciales como finales, tienen que ser discretos y finitos, el modelo no admite variables contínuas. Por ese motivo, hay que fijar primero unos límites máximos y mínimos y después agrupar el saldo de caja en intervalos.

Las alternativas de decisión q son las decisiones de cambiar el saldo y habrán en total N decisiones a nuestra disposición. Pero esta decisión no indica la alternativa financiera utilizada para tal fin sino sólo la cantidad global que se cambia. Para efectuar esta diferenciación proponemos la siguiente solución:

Definimos un conjunto de alternativas de decisión q'_i con i=1...N para la alternativa fondos del Banco de España y del mercado interbancario (alternativa I) y otro conjunto q''_i (alternativa II) para otros títulos a corto plazo. Los primeros dos están juntos por tener los mismos costes de transacción y podemos considerarlos como una única alternativa. Como el número de variables del modelo era ixq ahora será ix(q'+q'') o 2xixq. El número de restricciones era i y no se verá afectado por la diferenciación según la alternativa financiera.

Las variables de decisión también serán de dos categorías, simbolizadas con X'_{iq} y X''_{iq} respectivamente. Como en la solución óptima no aparece más que una variable de decisión positiva para cada i, ésta nos indicará no sólo la alternativa de decisión a elegir sino además la alternativa financiera a utilizar.

Los coeficientes de costes C_{iq} están cada uno asociado a una variable de decisión y en consecuencia también se diferenciarán según la alternativa financiera elegida, es decir, tenemos dos clases C'_{iq} y C''_{iq}. Como ya mencionamos, los coeficientes incluyen los tres componentes del coste, los de transacción, de oportunidad y de penalización.

Los costes de transacción los simbolizamos con t'(i,j) y t''(i,j) respectivamente y serán

$$t(i,j) = \begin{cases} K_u + C_u\,(j-i) & j>i \\ 0 & j=i \\ K_d + C_d\,(i-j) & j<i \end{cases}$$

donde

K_u y K_d son los costes fijos de incrementar o disminuir el saldo respectivamente y c_u y c_d los costes variables unitarios correspondientes.

Los costes de oportunidad son

$$L'_h(j) = c'_h X(j) \quad j \geq M_i$$

$$L''_h(j) = c''_h(j) \quad j \geq M_i$$

donde M_i indica el saldo mínimo que no se quiere rebajar. Los c'_h y c''_h vienen determinados por la alternativa financiera elegida.

Los costes de penalización son

$$L_p(j) = \Sigma_{j<Mi}\, p_p[K'_d + c'_d(i-j) + c'_h(M_i-j)]$$

donde

p_p = probabilidad de encontrarse en un estado $j<M_i$.
Depende de la función de probabilidad de los cambios de España o del mercado interbancario.
K'_d = coste fijo de transacción de tomar fondos del Banco de España o del mercado interbancario.
c'_d = idem para el coste variable.

Resumiendo tenemos que

$$C'_{iq} = t'(i,j) + c'_h(j) + \Sigma_{j<Mi} p_p[\Sigma'_d + c'_d(i-j) + c'_h(M_i-j)]$$
$$C''_{iq} = t''(i,j) + c''_h(j) + \Sigma_{j<Mi} pp[\Sigma'_d + c'_d(i-j) + c'_h(M_i-j)]$$

Con estos cambios que hemos introducido, el modelo original ha cambiado a

$$[Min]Z = \Sigma_i\Sigma_q\,(C'_{iq}X'_{iq} + C''_{iq}X''_{iq})$$

sujeto a

$$\Sigma_j(X'_{jq} + X''_{jq}) + \alpha\Sigma_i\Sigma_q(X'_{iq}p_{ij}(q) + X''_{iq}p_{ij}(q)] = \beta_j\ \forall\ j$$

$$X'_{iq}, X''_{iq} \geq 0\quad \Sigma_j\beta_j=1$$

Las $p_{ij}(q)$ vienen determinadas por la función de probabilidad de los cambios netos de caja y son las probabilidades de transición del estado i al j tomando la alternativa q. Igual que los estados iniciales y finales, los cambios netos tienen que ser una variable discreta en el modelo y habrá que efectuar la transformación de variable contínua a discreta. Supongamos que los cambios netos de caja no son distintos según la alternativa financiera elegida y por tanto las $p_{ij}(q)$ serán las mismas para ambas.

4.2. Estacionalidad.

Generalmente, cuando la demanda es estacional, ésta varía de un período a otro, pero luego se repite el mismo esquema otra vez, al tener carácter cíclico. Esto permite considerar que hemos llegado a un estado de equilibrio para el ciclo completo.

Veamos como hay que modificar el modelo original para introducir la estacionalidad. Dividimos el ciclo completo en h períodos, donde la función de probabilidad de los cambios netos de caja sea distinta pero estacionaria dentro de cada período. Podemos entonces formular un modelo para cada uno de los períodos y después unirlos en uno sólo. Para ello hace falta en primer lugar introducir otro subíndice, simbolizado con h, en las variables de decisión, los coeficientes y las probabilidades de transición, donde la h indica el período correspondiente. (h-1,2...n).

Como la probabilidad de encontrarse en el estado j al final del período es la probabilidad de empezar el siguiente período en este mismo estado, podemos ligar los modelos de un período a otro. El modelo quedará

$$[\mathrm{Min}]Z = \Sigma_h \Sigma_i \Sigma_q\ C_{hiq} X_{hiq}$$

sujeto a

$$\Sigma_q X_{hjq} - \alpha \Sigma_i \Sigma_q\ X_{(h-1)iq} p_{hij}(q) = \beta_j \quad \forall\ h,j$$

$$X_{hiq} \geq o \quad \Sigma_j \beta_j = 1 \quad \forall\ h$$

El modelo aumenta de tamaño con el multiplo h, ya que tanto el número de variables como de restricciones se multiplican por h.

En el modelo para instituciones financieras sabemos que los cambios netos de caja tienen carácter estacional que se repite cada mes, y acentuado por los meses de julio y diciembre. Cada período h debe por tanto tener su función de probabilidad de los cambios netos de caja y simbolizamos

$d_{hk(h)}$ = cambios netos de caja que pueden ser positivos o negativos.
$p(d_{hk(h)})$ = probabilidad de que los cambios netos sean d.

d_k indica los distintos valores de los cambios netos y evidentemente dependen del período en consideración. Por ese motivo los simbolizamos con $d_{k(h)}$.

4.3. Modelo completo.

Hasta ahora hemos tratado las alternativas financieras y la estacionalidad y las modificaciones que ocasionan en el modelo por separado, ahora se trata de unirlas en un sólo modelo. Este será nuestro modelo de saldo de caja para instituciones financieras. Es un modelo que fácilmente puede ampliase a más alternativas financieras. Para ello basta definir otro(s) conjunto(s) de variable(s) de decisión X'''_{hiq}, X''''_{hiq}... con sus correspondientes coeficientes de costes. Como para cada estado i, no hagrá nunca más que una variable positiva, indicará siempre la alternativa q a elegir y la alternativa financiera a utilizar para tal fin.

El modelo será:

$$[\mathrm{Min}]Z = \Sigma_h[\Sigma_i\Sigma_q.\ C'_{hiq}X'_{hiq}+\Sigma_i\Sigma_q..+ C''_{hiq}X''_{hiq}]$$

sujeto a

$$\Sigma_q(X'_{hjq}+X''_{hjq}) - \alpha[\Sigma_i\Sigma_q X'_{(h-1)iq}p_{hij}(q) +$$

$$+ X''_{(h-1)iq}p_{hij}(q)] = \beta_{hj} \quad \forall\ h,j$$

$$X'_{hiq}, X''_{hiq} \geq 0 \quad \Sigma_j\beta_j=1 \quad \forall\ h$$

5. Análisis del modelo

De manera rutinaria se suele efectuar un análisis de sensibilidad de la solución óptima sobre los coeficientes de la función objetivo y de los términos independientes y en menor grado un análisis paramétrico. La diferencia entre ambos tipos de análisis estriba principalmente en que la primera informa sobre los efectos de cambios en un único coeficiente mientras que la segunda estudia el efecto conjunto de cambios simultáneos en los parámetros.

En nuestro modelo no tiene sentido hacer ningún tipo de análisis sobre los términos independientes β_{hj} por ser valores fijados arbitrariamente y que carecen de significado económico. Por ese motivo nos centramos en el análisis sobre los coeficientes de costes.

Nuestros coeficientes de costes constan de tres componentes, los costes de transacción, de oportunidad y de penalización. Un análisis de sensibilidad no puede diferenciar entre estos componente sino estudia sólo los cambios totales permitidos sin que cambie la solución óptima. Además, el análisis de sensibilidad es muy limitado en este modelo por sólo apreciar los cambios totales permitidos sin que cambie la solución óptima. Además, el análisis de sensibilidad es muy limitado en este modelo por sólo apreciar los cambios en un único coeficiente. Prácticamente es imposible imaginar un cambio que no afecte a la mayor parte de los coeficientes en el modelo. P. ej. un cambio en los costes de transacción de la alternativa financiera I afectaría a todos los coeficientes C'_{hiq} y un cambio en el tipo de interés seguramente afectaría a todos los coeficientes, tanto los C'_{hiq} como los C''_{hiq}. En consecuencia, el análisis de sensibilidad aporta poca información en este modelo. En cambio, toma mayor relevancia el análisis paramétrico por lo cual, estudiaremos algunos casos que pensamos es de interés como p. ej. el efecto de distintas medidas de política monetaria.

El análisis paramétrico consiste en primero formular una función objetivo parametrizada de la siguiente forma:

$$[\mathrm{Opt}]Z = \Sigma_j(C_j+\alpha_j\Theta)X_j$$

donde

Θ es variable

α_j es la tasa de variación de C_j con respecto a cambios de Θ.

Solucionando el modelo para la función parametrizada, éste permite obtener el rango de variación de la solución óptima para cambios simultáneos en los coeficientes C_j. Hay que anotar que el análisis paramétrico es un análisis empírico, una vez obtenida la solución óptima, se estudia el efecto sobre ella de las variaciones en los coeficientes del modelo. No es posible estudiar teóricamente p. ej. la relación entre los costes y la forma de la política óptima, pero sí podemos variar los coeficientes de costes y observar el efecto que tendrá sobre la solución ópitma, y de allí, evidentemente, podremos sacar conclusiones.

5.1. Variaciones en los tipos de interés en los préstamos de regulación monetaria del Banco de España.

Recordamos que nuestra función objetivo era

$$[\mathrm{Min}]Z = \Sigma_h\,[\Sigma_i\Sigma_{q'}\,C'_{hiq}X'_{hiq} + \Sigma_i\Sigma_{q''}C''_{hiq}X''_{hiq}]$$

donde

q', C'_{hiq} y X'_{hiq} están asociados a la alternativa I
q'', C'_{hiq} y X''_{hiq} idem la alternativa II

Las variaciones en el tipo de interés considerado sólo afectan por consiguiente a la alternativa I, es decir a los coeficientes C'_{hiq} y de éste, sólo a los costes de oportunidad $L_h(j)$, ya que los costes de penalización dependen del interés interbancario y los costes de transacción no se verán alterados evidentemente. Además, el coste de oportunidad solo varía cuanjo j>i, es decir cuando se incrementa el saldo de caja.

Los costes de oportunidad serán

$$L_h(j) = (c_h + \Theta)j \qquad j>i \qquad j\geq M_i$$
$$= 0 \qquad j\leq i$$

y la función parametrizada quedará

$$[\mathrm{Min}]Z = \Sigma_h \, [[\Sigma_{i>j}\Sigma_{q'}.C'_{hiq}X'_{hiq} + \Sigma_{i<j}\Sigma_{q'}.(C'_{hiq}+\Theta_j)X'_{hiq} +$$
$$+ \Sigma_i\Sigma_{q'},C'_{hiq}X''_{hiq}\,]$$

En este caso suponemos que las variaciones en el tipo de interés afecta por igual en todos los períodos del ciclo. Si se espera que haya estacionalidad la parametrización solo se hará para los períodos afectados.

Dejando que Θ varíe en un intervalo amplio podemos apreciar el efecto que tendrán distintas políticas de tipos de interés (de los préstamos del Banco de España) y cómo y de qué manera estos cambios influirán en la solución óptima.

5.2. Variaciones en los tipos de interés en el mercado interbancario.

Será necesario dividir el análisis en dos partes, una cuando el interés sea superior al aplicado por el Banco de España para los préstamos de regulación monetaria y otra cuando sea menor.

1. Interés interbancario superior o igual al del Banco de España.

En este caso las variaciones se darán en los componentes de los costes de oportunidad y de penalización. Por ser este último igual en ambas alternativas financieras quiere decir que la parametrización incluye tanto los coeficientes C'_{hiq} como los C''_{hiq}.

El coste de oportunidad $L_h(j)$ únicamente variará cuando j<i, ya que en caso de aumentar el saldo (j>i), se acudirá a los préstamos de regulación monetaria por tener un interés inferior. Los coeficientes de los costes de oportunidad después de la parametrización quedan

$$(C_h + \Theta)j = L_h(j) + \Theta j \quad j<i$$

que se incluirá sólo para la alternativa I.

Habíamos definido el coste unitario de penalización C_p como el interés de los préstamos de un día en el mercado interbancario y por tanto $L_p(j)$ será siempre afectado por variaciones en este interés. El coste de penalización parametrizada será

$$\Sigma_{j<Mi}\, p_p\, [(C'_h + \Theta)(M_i\text{-}j) + t(i,j)] = t(i,j) + L_p(j) + \Sigma_{j<M^i}\, p_p \Theta(M_i\text{-}j)$$

Sumando todas las variaciones, la función objetivo parametrizada quedará

$$[Min]Z = \Sigma_h\, [\Sigma_{i<j}\, \Sigma_{q'}\, [C'_{hiq} + \Sigma_{j<Mi}\, p_p\, \Theta(M_i\text{-}j)X'_{hiq} = \Sigma_{i>j}\Sigma_{q'}\, (C'_{hiq} + \Theta j + \Sigma_{j<Mi}\, p_p\, \Theta\, (M_i\text{-}j)X'_{hiq} + \Sigma_i\Sigma_{q''}\, (C''_{hiq} + \Sigma_{j<Mi}\, p_p\, \Theta\, (M_i\text{-}j)X''_{hiq}]$$

Como en el caso anterior, las variaciones afectan por igual a todos los períodos, pero si se observa alguna estacionalidad se introducen sólo las variaciones en los períodos correspondientes.

2. Interés interbancario inferior al interés del Banco de España.

La única diferencia entre esto caso y el anterior será que el coste de oportunidad variará para todos los valores posibles de j, ya que se acudirá siempre al mercado interbancario por tener un coste más bajo que los fondos conseguidos en el Banco de España. La función parametrizada será

$$[Min]Z = \Sigma_h\, [\Sigma_i\Sigma_{q'}\, (C'_{hiq} + \Sigma_{j<Mi}\, p_p\, \Theta\, (M_i\text{-}j)X'_{hiq} + \Sigma_i\Sigma_{q''}\, (C'_{hiq} + \Theta j + \Sigma_{j<Mi}\, p_p\, \Theta\, (M_i\text{-}j)X''_{hiq}]$$

Como el interés interbancario puede estar sujeto a grandes fluctuaciones se debe hacer el análisis para un intervalo muy amplio de Θ. De esta manera la información obtenida en el análisis permite a la entidad conocer la solución óptima en todo momento y poder actuar con más rapidez para ajustar los saldos. También podemos apreciar la sensibilidad de la solución óptima y del vector óptimo a las fluctuaciones en los tipos de interés interbancario. Esto se demuestra si en el intervalor de Θ analizado hay muchos cambios en el vector. En caso afirmativo la entidad deberá vigilar muy de cerca la evolución de los tipos de interés.

Como es posible que haya estacionalidad en las fluctuaciones del interés interbancario, será conveniente tener en cuenta este hecho al hacer la parametrización. La información obtenida será entonces correspondiente a cada uno de los períodos.

5.3. Variaciones en los intereses de otros títulos.

Las variaciones afectarán solo a la alternativa financiera II y por tanto a los coeficientes C''_{hiq}. El componente afectado es el coste de oportunidad ya que el coste de penalización está asociado al interés interbancario. La función parametrizada es

$$[\text{Min}]Z = \Sigma_h [\Sigma_i \Sigma_{q'} C'_{hiq} X'_{hiq} + \Sigma_i \Sigma_{q''} (C''_{hiq} + \Theta j) X''_{hiq}]$$

Como vimos anteriormente, puede ser necesario en algunos casos tener en cuenta la estacionalidad. Por medio de esta función podemos ver el efecto de las tendencias en los tipos de interés y apreciar la sensibilidad del vector óptimo.

No obstante, al efectuar el análisis de la manera explicada, se supone que los intereses del mercado interbancario se mantienen constantes, lo que no suele ocurrir. Lo normal es que una tendencia ascendente o descendente afecte tanto al interés interbancario como al interés de los otros títulos, aunque no necesariamente del mismo grado. Para poder ver el efecto conjunto debemos parametrizar tanto los coeficientes C'_{hiq} como los C''_{hiq}. El resultado será una función objetivo que tendrá las variaciones introducidas para cada alternativa financiera por separado, que ya habremos efectuado. Solucionando el modelo para esta función conjunta podemos ver la influencia que tiene una subida o bajada general en los tipos de interés.

5.4. Variaciones en los costes de transacción de la alternativa I.

El componente lo podemos dividir en dos partes, una explícita que consta del coste del Servicio Telefónico del Mercado de Dinero y otra implícita, que consta de los costes de personal y administrativo etc., que puede haber para efectuar las transacciones. Veamos a cada uno de estos por separado.

El coste de transacción era

$$C_{hiq} = \begin{cases} K_u + c_u\,(j\text{-}i) & j>i \\ 0 & j\text{-}i \\ K_d + c_d\,(i\text{-}j) & j<i\ \forall\, h \end{cases}$$

Si cambia el componente fijo la función parametrizada será

$$C_{hiq} \quad \begin{cases} K_u + \Theta + c_u\,(j\text{-}i) & j>i \\ 0 & j=i \\ K_d + \Theta = c_d(i\text{-}j) & j<i \end{cases}$$

o lo que es lo mismo $C_{hiq} + \Theta$.

Al variar la parte variable tendremos

$C_{hiq} + \Theta\,(j\text{-}i) \quad j>i$

$C_{hiq} + \Theta\,(i\text{-}j) \quad j<i \quad \forall\, h$

La función parametrizada en nuestro modelo quedará

$$[\mathrm{Min}]Z = \Sigma_h\,[\Sigma_{i>j}\Sigma_{q'}(C'_{hiq} + \Theta_1 + \Theta_2\,(i\text{-}j)X'_{hiq} + \Sigma_{j>i}\Sigma_{q'}(C'_{hiq} + \Theta_1 + \Theta_2(j\text{-}i)X'_{hiq} + \Sigma_i\Sigma_{q''}C''_{hiq}X''_{hiq}]$$

donde Θ_1 hace referencia a cambios en la parte fija y Θ_2 a la parte variable. Es poco probable que se den variaciones estacionales en el coste de transacción y por tanto la fórmula desarrollada será de aplicación en todos los períodos.

Manteniendo Θ_1 o Θ_2 con valor cero permite ver el efecto de un coste de transacción con sólo una parte variable o el efecto cuando sólo interviene una parte fija, respectivamente.

La información que puede dar este análisis es importante. En los modelos considerados, si el coste de transacción es bajo en comparación con el coste de oportunidad, la política óptima será siempre la de mantener el saldo M_i, el saldo de seguridad. Solucionando el modelo con la función parametrizada para amplios intervalos de las Θ, podemos ver a partir de qué coste de transacción la política cambia y será óptimo elevar el saldo de caja por encima del nivel M_i. También indicará si este efecto se consigue variando sólo la parte fija o la variable o ambas a la vez. Esta información será interesante desde el punto de vista de control monetario, ya que indicaría cómo será posible incrementar los activos líquidos en las instituciones sin tener que recurrir a otras medidas como p. ej. variando el Coeficiente de Caja.

El análisis permite también ver p. ej. el efecto de una subida en los costes salariales del personal encargado de la gestión de tesorería. Esto se ve parametrizando la parte variable del coste de transacciones. Para aislar el efecto no se debe solucionar al mismo tiempo que cambios en el Servicio Telefónico.

Para ver el efecto de las variaciones en las comisiones que se pagan a los fedatarios públicos por la compra-venta de otros títulos, el análisis es análogo con lo que ya hemos visto, con la diferencia en que sólo afecta a los coeficientes C''_{hiq}.

El análisis paramétrico sobre los costes de transacción permite además ver, al variar los costes para una alternativa financiera y la otra no, a partir de que nivel se cambia la alternativa financiera elegida (los demás parámetros constantes) para la misma alternativa de decisión q.

Como ya vimos, mientras que los activos computables sólo sean los depósitos en el Banco de España, el Coeficiente no influye en el saldo óptimo de gestión. En cambio, si se incluye el saldo en efectivo en los activos computables, que era la situación anterior al actual, con el análisis paramétrico se puede apreciar el efecto de cambios en el Coeficiente de Caja. En este caso se puede hacer coincidir el nivel de seguridad M_i con los activos que cumplen el coeficiente y dejar fluctuar M_i entre 0 y 20%, el tope máximo del Coeficiente.

5.5. Variaciones en el nivel de seguridad M_i

Puede ser interesante poder ver los costes que suponen para la entidad los distintos niveles de M_i, ya qu eéstos se fija arbitrariamente. Para ello basta sustituir M_i por $(M_i$-Θ) en la función objetivo e ir variando Θ.

6. Conclusiones

El modelo desarrollado es un modelod e saldo de caja para instituciones financieras que tienen en cuenta la aleatoriedad y la estacionalidad en los cambios netos de caja y las condiciones específicas que rigen en estas. Por ser un modelo lineal resulta fácil de resolver a pesar de ser un modelo estocástico, que suele tener su mayor dificultad en encontrar métodos de resolución. El posterior análisis de una aplicación práctica aporta información sobre los efectos en cambios de tipo gestión interna y de medidas estatales en el campo de política monetaria. La mayor ventaja del análisis es que de esta manera se puede prever la gestión óptima a seguir según las distintas circunstancias que vayan apareciendo.

Bibliografía

1. A. CHARNES; S. THORE: "Planning for liquidity in financial institutions: the chance-constrained method". *The Journal of Finance*, Vol. 21, nº 4, 1966.
2. H.G. DAELLENBACH; S.H. ARCHER: "The Optimal Bank Liquidity: A Multi-Period Stochastic Modelo". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. IV, nº 3, 1969.
3. D.B. CRANE: "A Stochastic Programming Modelo for Commercial Bank Bond Protfolio Management". *Journal of Financial and Quantitative Analysis,* 1975.
4. B.D. FIELITZ; T.A. LOEFFLER: "A linear programming model for commercial bank liquidity management". *Financial Management,* Vol. 8, nº 3, 1979.
5. H. MEYER ZU SELHAUSEN: "Commercial Bank Balance Sheet Optimization: A Decision Model Approach". *Journal of Banking and Finance*, Vol. 1, nº 2, 1977.
6. A.S. MANNE: "Linear programming and sequential decisions". *Management Science*, 1960.
7. G.T. GHELLINCK; G.D. EPPEN: "Linear programming solutions for separable Markovian decision problems". *Management Science*, Vol. 13, nº 5, 1967.
8. D.D. HESTER; J.L. PIERCE: *Bank Management and Protfolio Behaviour*. Yale University Press, 1975.
9. C. SALA: "Inversiones y expectativas de liquidez en los bancos comerciales españoles". *Cuadernos económicos del ICE*, nº 21, 1982.